

ÖNGERİLMELİ BETON KÖPRÜ KİRİŞLERİN DİFERANSİYEL GELİŞİM ALGORİTMASI İLE OPTİMUM TASARIMI

Emre Ortaç¹, Mehmet ÜLKER²

¹Elazığ İl Özel İdaresi, Yol ve Ulaşım Hizmetleri Müdürlüğü, Elazığ

²Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 23119, Elazığ

ABSTRACT

In this study, it was aimed to achieve the cost optimization by using the bridge top structures (I profile) consisting of prefabricated prestressed concrete bridge beams, differential development algorithm based technique, concrete and equipment. In design, assumptions are made that the deformation along the height of the element is linear, that the tensile is linearly proportional to the shape change before the section cracks, then the section is cracked, and then the tensile stresses in the base are neglected. The optimum design will be realized by considering the full body beams forming the single span bridge upper structure and the plating elements constructed using in situ casting technique. The type of beam to be used is section I, and the first technique is preferred. In this research, the number of iterations determined by applying mutation, crossover and comparison operators of 70 solution sets which can be formed from infinite number of values between certain limiters is solved and the error value is minimized.

As a result, optimum design of the bridge beams in terms of cost has been successfully accomplished by the technique of Differential Development Algorithm. The algorithm was adapted to an application project and a gain of around 12% was achieved. Thus, it has been shown that the Differential Development Algorithm technique can be used effectively in solving structural optimization problems.

ÖZET

Bu çalışmada, prefabrike öngerilmeli beton köprü kirişlerinden oluşan (I Profil) köprü üst yapılarının, diferansiyel gelişim algoritması tabanlı teknikle, beton ve donatısı esas alınarak maliyet optimizasyonunu başarmak amaçlanmıştır. Tasarımda, elemanın yüksekliği boyunca şekil değiştirmenin lineer olduğu, kesit çatlamadan önce gerilmenin şekil değiştirmeye lineer orantılı olduğu, kesit çatladıktan sonra betondaki çekme gerilmelerinin ihmal edildiği kabulleri yapılmaktadır. Bu çalışmada tek açıklıklı köprü üst yapısını oluşturan dolu gövdeli kirişler ile yerinde dökme tekniği kullanılarak inşa edilmiş tabliye elemanı dikkate alınmak sureti ile optimum tasarım gerçekleştirilecektir. Kullanılacak kiriş tipi I kesit olup öncekim tekniği tercih edilmiştir. Yapılan bu araştırmada, belirli sınırlayıcılar arasında sonsuz sayıda değerden oluşturulabilecek 70 adet çözüm kümesinin mutasyon, çaprazlama ve karşılaştırma operatörleri uygulanmak suretiyle belirlenmiş iterasyon sayısınca çözümü yapılmış ve hata değeri minimuma indirilmiştir.

Sonuç olarak, *Diferansiyel Gelişim Algoritması* tekniği ile köprü kirişlerinin maliyet yönünden optimum tasarımı başarıyla gerçekleştirilmiştir. Algoritma bir uygulama projesine uyarlanmış ve yaklaşık %12 civarında kazanç elde edilmiştir. Böylece, *Diferansiyel Gelişim Algoritması* tekniğinin yapısal optimizasyon problemlerinin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabileceği gösterilmiştir.

1. GİRİŞ

Tasarımcılar; önerilmeli köprü kirişlerini belli başlı ölçülere sahip standart profil şeklindeki kesitlerden tercih etmişlerdir. Kiriş tipinin seçiminde ise genellikle ayak aks aralığına, kiriş sarkma yüksekliğine ilişkin sınırlamalara ve deneyimlere bağlı olarak karar vermişlerdir[2]. Oysaki köprü kirişlerinin tasarımını etkileyen diğer parametrelerden olan köprü açıklık sayısı, kiriş yükseklikleri, yükleme durumu, şerit sayısı vb. kriterler de dikkate alınmalıdır. Bütün bu kriterler göz önüne alındığında her bir köprü modeli için en ideal tasarım ve en ideal maliyetin belirlenmesi bir optimizasyon problemi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu çalışma; Prefabrike önceden germe (öncekim) beton I kirişlerinden oluşan köprü üst yapılarının maliyet bazlı optimizasyonunu içermektedir. Optimizasyonda sezgisel algoritmalarla son zamanlarda birçok alanda kullanılan diferansiyel gelişim algoritması kullanılmıştır. Standart kesitler yerine kiriş geometrik sınırlayıcıları kullanılarak belirli bir çözüm havuzu içerisinde “sonsuz sayıda” kiriş kullanılması sağlanmıştır. Optimum çözüme ulaşmak için köprü kiriş sayısı, kirişe ait geometrik özellikler ve kirişe ait öngerilme donatısı tasarım değişkenleri olarak alınmıştır.

Bu çalışmada emniyet gerilmeleri, taşıma gücü gibi sınırlayıcılar Standard Specifications For Highway Bridges (AASHTO 2012) uyarınca dikkate alınmıştır.

Köprü üst yapı maliyeti (beton ve donatı bazlı) çalışmanın amaç fonksiyonu olarak alınmıştır. Bu maliyetlerin hesaplanmasında Karayolları genel müdürlüğü birim fiyatları kullanılmıştır. Öngerilmeli kiriş sayısı, kiriş en kesit boyutları ve donatı miktarının bir arada optimize edilmesi problemi daha karmaşık hale getirmiştir. Bu nedenle burada yapılan çalışma topoloji ve şekil optimizasyonu içermektedir. Topoloji optimizasyonu, köprü karakteristiklerine bağlı olarak maliyeti en aza indirmek için köprü en kesitinde kullanılması gereken kiriş sayısının belirlenmesi olarak tanımlanabilir. Şekil optimizasyonu ise köprü karakteristiklerine bağlı olarak maliyeti en aza indirmek için kullanılması gereken kiriş en kesit ebatlarının belirlenmesi işlemi olarak tanımlanabilir[2]. Klasik optimizasyon yöntemleriyle böyle kompleks bir problemin çözümü oldukça zordur. Bu nedenle çalışmada Popülasyon tabanlı sezgisel bir algoritma olan DGA kullanılmıştır. Bu algoritma özellikle tamamen düzenlenmiş uzayda tanımlı ve gerçek değerli tasarım parametrelerini içeren fonksiyonları optimize etmek amacıyla kullanılmaktadır. DGA’ında kullanılan Çaprazlama, mutasyon ve karşılaştırma operatörleri popülasyona sırayla uygulanmaktadır. Ayrıca yine bu amaç için farklı başlangıç popülasyon boyutları ve tasarımcının belirlediği çözüm kümesi genişlikleri kullanılarak sonsuz bir alan içerisinde tasarımlar yapılmıştır.

2. ÖNGERİLMELİ BETON KÖPRÜ KİRİŞLERİN TASARIMI

Köprüler tasarlanırken sabit ve hareketli yükleme durumları dikkate alınır. Sabit yükler; kiriş zati ağırlığı, tabliye, kaplama, bordür, korkuluk diğer yükler olarak sınıflandırmak mümkündür. Bu yüklerin Prefabrik kirişe eşit olarak yayıldığı kabulü yapılmıştır. Yani toplam yük kiriş sayısına bölünmek sureti ile bir kirişe gelen sabit yük belirlenmiştir. Daha sonra kirişte oluşan kesit tesirleri basit kiriş kabulü ile hesaplanmıştır.

Hareketli Yükler Amerikan Şartnamesi AASHTO’ya göre, standart kamyon ve kamyon katarına eşdeğer olan şerit yüklerinden ibarettir. Bu tip büyük yapılarda yaya yükleri ihmal edilebilecek düzeyde olduğundan hareketli yük olarak alınmayıp sabit yük olarak kabul edilmiştir.

Bu çalışmada basit kiriş kabulü yapılmış ve dolayısıyla moment aktarmayan kiriş tipi tercih edilmiştir. Kirişte oluşacak kesme kuvveti ve eğilme momenti bu kabule göre hesaplanmaktadır. Sabit yüklerin kirişe üniform dağıldığı kabulü yapıldığından bu şekilde kesitte oluşan kesit tesir değerleri hesaplanmaktadır. Hareketli yüklerden meydana gelen kesit tesirleri en gayri müsait yükleme durumu dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

2.1. ÖNGERİLME KAYIPLARININ HESAPLANMASI

Öngerilmeli kirişlerde büzülme, elastik kısalma, sünme, gevşeme ve kimyasal olmak üzere öngerilme kayıpları meydana gelmektedir. Bu kayıpların tamamı AASHTO 9.16.2.1 de belirtilen yöntem ile hesaplanabilir.

Zamana bağlı olarak kuruma ve kimyasal değişiklikler sonucu betonda meydana gelen şekil değiştirmelere büzülme kaybı denir. Bu kayıplar AASHTO 9.16.2.1.1’de verilen aşağıdaki ifade ile hesaplanabilir.

$$SH = 117 - 1,03RH$$

Öngerilme kuvveti sonucu betonda meydana gelen boyuna kısalmalara elastik kısalma kaybı denir. Bu kayıp AASHTO 9.16.2.1.2’ de aşağıdaki bağıntı ile verilmiştir.

$$ES = \frac{E_s}{E_c} f_{cir}$$

Kalıcı yüklerden meydana gelen zamana bağlı şekil değiştirmelere sünme denir. Bu kayıp AASHTO 9.16.2.1.2’de verilen ifade ile hesaplanabilir.

$$CR_c = 12 \cdot f_{cir} - 7 \cdot f_{cds}$$

Zamana bağlı öngerilme donatılarında meydana gelen gevşeme kayıplarına denir. Bu değer genel olarak donatının üretimine bağlı olarak belirlenmektedir. Bilinmediği durumlarda düşük gevşemeli öngerilme donatıları için AASHTO 9.16.2.1.4 de aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$CR_s = 138 - 0,4ES - 0,2(SH + CR_c)$$

$$CR_s = 34 - 0,1ES - 0,05(SH + CR_c)$$

Yukarıda bahsedilen bütün kayıpların gerçekleşmesi sonucunda toplam öngerilme kaybı AASHTO 9.16.2.1 de verilen ifade ile hesaplanabilir.

$$\Delta f_s = SH + ES + CR_c + CR_s$$

2.2. EMNİYET GERİLMELERİ

Güvenlik gerilmeleri, beton üst ve alt liflerinde meydana gelen gerilmeler dikkate alınarak dört aşamada, aşağıda verilen formülasyonlarla incelenmiştir:

1. Durum: Öngerilme kuvvetinin ilk uygulandığı aşamadır. Kiriş zati ağırlığını taşımaktadır.

$$\sigma_{b1} = \frac{n_1 \cdot P}{A_i} + \frac{n_1 \cdot P \cdot e_i}{W_{bi}} - \frac{M g_1}{W_{bi}}$$

$$\sigma_{t1} = \frac{n_1 \cdot P}{A_i} - \frac{n_1 \cdot P \cdot e_i}{W_{ti}} - \frac{Mg_1}{W_{ti}}$$

2. Durum: Kiriş zati ağırlığının yanında tabliye ağırlığı da mevcuttur.

$$\sigma_{b2} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} + \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{bi}} - \frac{Mg_2}{W_{bi}}$$

$$\sigma_{t2} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} - \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{ti}} - \frac{Mg_2}{W_{ti}}$$

3. Durum: Tüm sabit yüklerin mevcut olduğu durumdur.

$$\sigma_{b3} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} + \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{bi}} - \frac{Mg_2}{W_{bi}} - \frac{Mg_3}{W_{bci}}$$

$$\sigma_{t3} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} - \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{ti}} + \frac{Mg_2}{W_{ti}} - \frac{Mg_3}{W_{tci}}$$

4. Durum: Sabit ve hareketli yüklerin mevcut olduğu nihai durumdur.

$$\sigma_{b4} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} - \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{bi}} - \frac{Mg_2}{W_{bi}} - \frac{Mg_3 + M_h}{W_{bci}}$$

$$\sigma_{t4} = \frac{n_2 \cdot P}{A_i} - \frac{n_2 \cdot P \cdot e_i}{W_{bi}} - \frac{Mg_2}{W_{bi}} - \frac{Mg_3 + M_h}{W_{tci}}$$

Amerikan Şartnamesi AASHTO' ya göre beton güvenlik gerilmeleri, basınç ve çekme olarak aşağıdaki bağıntılar ile hesaplanmaktadır.

$$\bar{\sigma}_{ci} = 0,60 \cdot f'_{ci}$$

$$\bar{\sigma}_{ti} = 0,25 \cdot \sqrt{f'_{ci}}$$

Bu gerilme gerçeklemeleri, kayma gerilmeleri için de hesaplanmıştır.

3. DİFERANSİYEL GELİŞİM ALGORİTMASI İLE OPTİMUM TASARIM

Yapılan tasarımımda güvenlik ve maliyet olmak üzere iki önemli kriter göz önünde bulundurularak probleminin tanımlaması yapılmaktadır. Optimizasyon yapılırken, amaç fonksiyonu tasarım değişkeni ve sınırlayıcılar göz önünde bulundurulmuştur. Bu değerler kullanarak bir hata fonksiyonu (e) oluşturulmuştur. Bu işlemde normalizasyonu yapılan maliyet değeri ve uygunluğu sağlanmayan sınırlayıcılar (y) hata fonksiyonu kabul edilmiş ve bu değerin minimuma götürülmesi amaçlanmıştır.

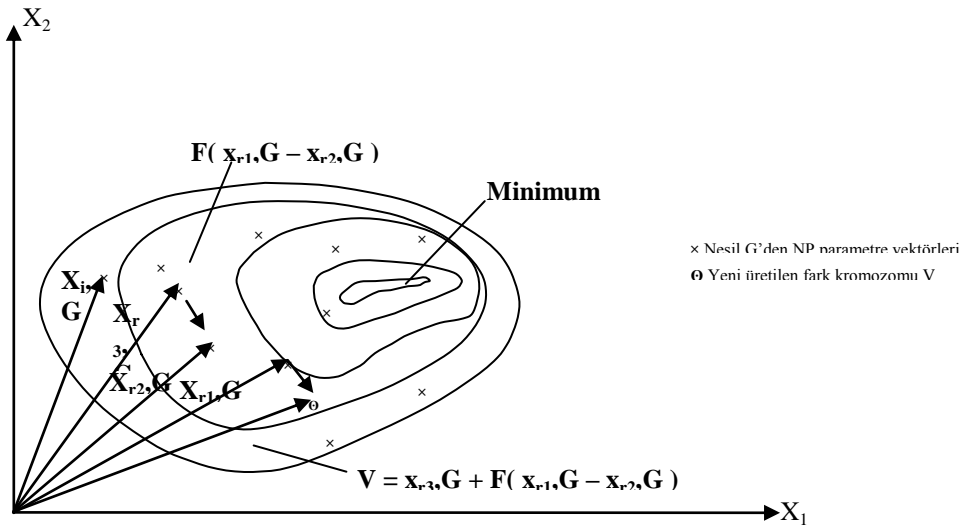
$$y = [\text{sınırlayıcı sayısı} - USS]$$

Burada; USS Uygunluğu sağlanan sınırlayıcılardır.

$$e = [(maliyet/120000) + y]$$

Popülasyon temelli sezgisel bir optimizasyon tekniği olan diferansiyel gelişim algoritması, Rainer Storn ve Kenneth Price tarafından ortaya atılan Chebyshev polinomsal uyum problemini çözme amacı

Yapılan tasarımda toplamda 9 adet değişkenin optimizasyonu yapılmıştır. İlk aşamada 70 adet çözüm kümesi belirli sınırlayıcılar ile rastgele olarak oluşturulmuştur. Oluşturulan bu çözüm kümeleri amaç fonksiyonuna sokularak, çözüm kümeleri içerisinde en düşük hata fonksiyonu sonucu veren küme belirlenmiştir. Bu başlangıç işlemlerinden sonra DGA'nın ilk aşaması olan mutasyon işlemi Şekil 1 de gösterilmiştir. Bu işlemde en iyi çözüm kümesi ile diğer çözüm kümeleri kullanılarak yeni bir çözüm kümesi elde edilmiştir.



Şekil 1: Mutasyon sonucu üretilen yeni fark kromozomu

$$\forall i \leq D: u_{j,i,G+1} = x_{best} + F(x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G})$$

Bu işlem tüm çözüm kümelerine uygulanarak yeni bir nesil yani 70 adet çözüm kümesi üretilmiştir. Sonraki işlemde bu iki nesil kullanılarak çaprazlama evresi gerçekleştirilmektedir. Bu işlem Şekil 1 de gösterilmektedir. Çaprazlama işleminde farklı çaprazlama oranları kullanılarak en iyi değerin bulunması amaçlanmıştır. Bu işlemde çaprazlanacak çözüm kümelerinde bulunan değerler her iterasyonda değiştirilerek çeşitlilik artırılmıştır. Bu şekilde optimum çözümün bulunma ihtimali yükselmiştir.

Çaprazlama işlemi, çözüm oluşturacak seçenek sayısının arttırmak ve seçeneklerin çözüm havuzunda farklı yerlerden seçilebilmesi sağlamaktadır. Mutasyon sonucunda oluşan her bir çözüm kümesine ait değişken, CR olasılıkla fark kromozomundan $1 - CR$ olasılıkla mevcut çözüm kümesinden seçilir. Diferansiyel Gelişim Algoritmasında eşit olasılık yerine CR olasılığı söz konusudur. 0 ile 1 arasında üretilen rastgele sayı CR' den küçükse değişken, $(n_{j,i,G+1})$ 'den aksi takdirde mevcut çözüm kümesinden seçilir.

Eğer $rand [0,1] \leq CR \vee J = jrand$ ise $\forall v_{j,i} = u_{j,l,G}$

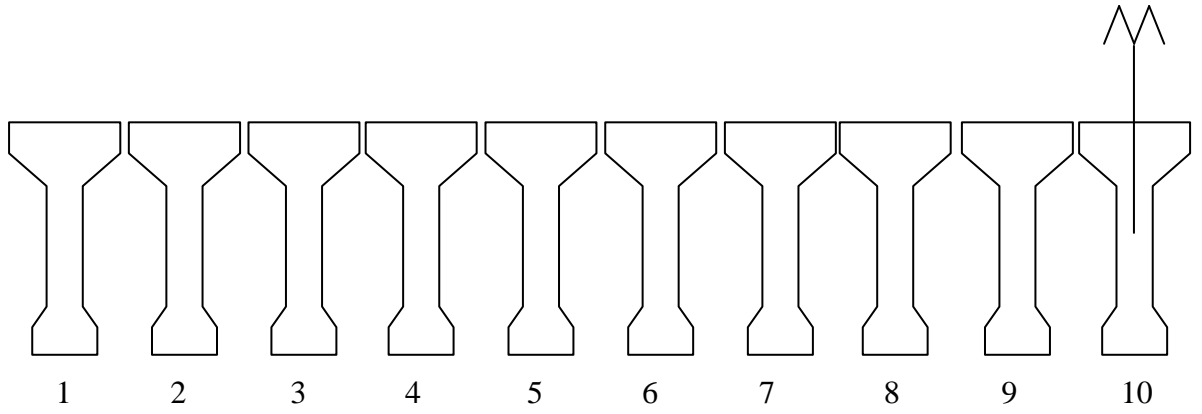
Çaprazlama işleminden sonra elde edilen çözüm kümeleri(70 adet) başlangıç çözüm kümeleri ile karşılaştırılarak, hata fonksiyonunda en düşük değeri veren çözüm kümeleri bir sonraki iterasyona aktarılmıştır. Karşılaştırma işleminden sonra elde edilen 70 adet çözüm kümesi sonraki iterasyonun

başlangıç değerlerini oluşturmaktadır. Bu işlem istenilen iterasyon sayısı kadar kendini tekrar etmektedir. Böylece optimum çözüm kümesinin bulunması amaçlanmıştır.

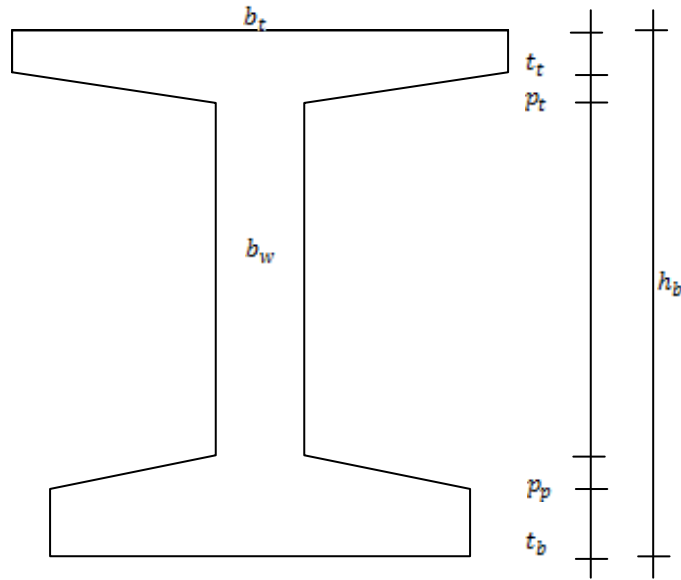
Çalışmada, köprü kirişlerinin optimum tasarımının gerçekleştirilebilmek amacıyla etkin bir bilgisayar algoritması geliştirilmiştir.

4. UYGULAMA (23,5 m Açıklıklı Köprü)

Optimum tasarımı gerçekleştirilecek köprüye ait tasarım parametreleri [Tablo 1] ve Diferansiyel Gelişim Algoritması parametreleri [Tablo 2] kullanılarak köprünün optimum tasarımı yapılmıştır. Bu köprüye ait uygulamada kullanılan parametreler ve özellikler Şekil 2 ve Şekil 3 te verilmiştir.



Şekil 2: Köprü üst yapı en kesiti



Şekil 3: Öngerilmeli kiriş enkesiti

Uygulama köprüsüne ait parametreler tasarım parametreleri olarak alınmıştır.

Tablo 1: Uygulama için tasarım parametreleri tablosu

Tasarım Parametreleri	T Değerleri
Köprü ayak aks aralığı (m)	23,5
Köprü tabliye genişliği (m)	16,5
Taşıt yolu genişliği (m)	6,25
Trafik şerit sayısı (Ad)	2
Tabliye kalınlığı (m)	0,25
Tabliye betonu elastisite modülü (MPa)	26970
Öngerilmeli beton karakteristik basınç dayanımı (MPa)	45
Öngerilme çeliği kopma dayanımı (MPa)	1898
Betonarme çeliği akma dayanımı (MPa)	420
Öngerme çeliği elastisite modülü (MPa)	196860
Öngerilme betonu birim maliyeti(TL/m ³)	650
Öngerilme çeliği birim maliyeti (TL/ton)	11.141,31
Öngerme donatı (toron) anma çapı (mm)	15.24
Öngerilme kirişleri üst başlıkları arası mesafe (cm)	7.77
Kamyon yükü sınıfı	H ₃₀ -S ₂₄
Kirişe etkileyen diğer zati yükler (kaplama, korkuluk, kaldırım, yaya yükü, cephe elemanı (kN/m)	2,875
Yıllık ortalama nem (%)	60
Yaya yükü(kN/m ²)	2,85
Öngerilme donatısı minimum ara mesafesi (yatay-düşey) (mm)	6
Kesme donatısı çapı ve aralığı (mm)	Ø10/10

Tablo 2: Diferansiyel gelişim algoritmasına ait tasarım parametreleri

Tasarım Parametreleri	T Değerleri
Popülasyon büyüklüğü	70
Değişken Sayısı	9
Mutasyon oranı	0.1
Çaprazlama oranı	0.4
Maksimum iterasyon sayısı	100
Hata fonksiyonunda kullanılan sınırlayıcı (sayısı adet)	33

Optimum tasarım probleminde tasarıma ait sınırlayıcılar köprünün yapılacağı yol, vadi özelliklerinin göz önünde bulundurulduğu sınırlayıcı faktörlere ve mesleki deneyimlere göre seçilmiştir. Bu sınırlayıcılar Tablo 3’de sunulmuştur. Yapılan tasarımın sonuçları ile uygulama projesinin sonuçları Tablo 4’ de verilmiştir.

Tablo 3: Tasarım sınırlayıcıları değer aralığı

Tasarım Değişkenleri	Değer aralığı
Kiriş sayısı (ad)	$15 < n_b < 22$
Kiriş yüksekliği (cm)	$50 < h_b < 100$
Alt başlık genişliği (cm)	$30 < b_b < 105$
Alt guse yüksekliği (cm)	$10 < b_w < 35$
Alt başlık kalınlığı (cm)	$8 < t_t < 25$
Gövde genişliği (cm)	$15 < t_b < 35$
Üst başlık kalınlığı (cm)	$5 < p_t < 25$
Üst guse yüksekliği (cm)	$5 < p_b < 25$
Öngerilmeli donatı adedi (ad)	$15 < n_{ps} < 25$

Tablo 4: Tasarım sonucu ile uygulama projesinin karşılaştırılması

	n_b (ad.)	h_b (cm)	b_b (cm)	b_w (cm)	t_t (cm)	t_b (cm)	p_t (cm)	p_b (cm)	n_{ps} (ad)	Maliyet (TL)
Bu çalışmada elde edilen Sonuçlar	15,69	80,64	48,17	31,82	5	21,98	3,4	14,25	14,28	139.040,00
Turgut Özal Tıp Merkezi Kavşak Köprüsü (uygulama projesi)	19	90	50	15	10	15	7,5	7,5	15	157.403,07

5. SONUÇLAR

Diferansiyel Gelişim algoritmasını kullanarak hazırlanan bilgisayar programında, kirişlerin maliyet yönünden optimum tasarımı başarıyla gerçekleştirilmiştir. Optimum tasarım yapmadan önce bir ön tasarım yapılarak tasarım değişkeni değer kümesinin, değer aralığı belirlenmiştir. Çözüm havuzu bu sınırlayıcılar içerisinde bulunan sonsuz sayıda değer aralığından seçilerek çözüm kalitesi artırılmıştır. Yapılan tasarımların uygulama projesine göre %10 - %25 oranında daha ekonomik çözümler verdiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Xie Y.M. and Steven G.P., Evolutionary Structural Optimization, Springer (1997)
- [2] Aydın, Z., 2006 Öngerilmeli Beton Köprü Üst Yapılarının Genetik Algoritma İle Optimum Tasarımı, Doktora Tezi,K.T.Ü., Trabzon
- [3] Arora Jasbir S., 1989, Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill Book Company
- [4] Xie Y.M. and Steven G.P., Evolutionary Structural Optimization, Springer (1997)
- [5] RAO, S. S., 1996. Engineering Optimization, A Wiley-Interscience Publication, New York, USA, p. 903.
- [6] Shi H., ve Wanqing L.,(2009). “Artificial neural networks with ant colony optimization for assessing performance of residential buildings”, Int. Conf. On Future Biomedical Inf., 13-14 Dec. 2009, Handan, 379-382.
- [7] Yılmaz, A.R. Yavuz, O. ve Erkmen, B., (2013). "Training multilayer perceptron using differential evolution algorithm for signature recognitionapplication," Signal Processing and Communications Applications Conference(SIU), 24-26 April 2013, Haspolat
- [8] CROCE, F. D., TADEI, R. and VOLTA, G., 1995. A Genetic Algorithm for the Job Shop Problem, Computers and Operations, Vol 22, Great Britain, No 1.
- [9] Storn, R., (1997).“Differential Evolution-A Simple and Efficient Heuristic Strategy for Global Optimization Over Continuous Spaces,” Journal of Global Optimization, 11: 341-359
- [10] Yılmaz, A.R., 2014 Fpga Üzerinde Diferansiyel Gelişim Algoritması İle Yapay Sinirli Eğitimi, Yüksek Lisan Tezi,Y.T.Ü., İstanbul
- [11] Shiakolas, P.S.,Koladiye, D., Kebrle, J., 2005, On The Optimum Synthesis of Six-Bar Linkages Using Differential Evolution and The Geometric Centroid of Precision Positions Technique, Mechanism and Machine Theory, 40, 319-335
- [12] Kesintürk T., (2006) “Diferansiyel Gelişim Algoritması”, İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi,9: 85-99
- [13] Schmidt, H. ve Thierauf, G., (2005), “A Combined Heuristic Optimization Technique”, Advances in Engineering Software, 36:11-19
- [14] AASHTO, 2002. Standart Specifications for Highway Bridges, American Association of State Highway and Transportation Officials,Washington D.C.
- [15] Lin, K. Y. ve Frangopol D. M., 1996. Reliability-Based Optimum Design Of Reinforced Concrete Girders, Structural Safety, 18, 2-3, 239-258.
- [16] Zalzal, A. M. S. ve Fleming, P. J., 1997. Genetic Algorithms in Engineering Systems, TheInstitution of Electrical Engineers, London, United Kingdom.
- [17] Kesintürk,T.,Diferansiyel gelişim algoritması. İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 2006/189